

10 класс

1. Пусть некоторая прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс – в точке x_3 . Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$.
2. На окружности расположены точки: 2016 черных и одна белая. Рассмотрим всевозможные многоугольники с вершинами в этих точках. Каких среди них будет больше: с белой вершиной или без неё?
3. Решите уравнение $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$.
4. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CM из вершины прямого угла. На этой высоте как на диаметре построена окружность. Известно, что эта окружность высекает на катетах отрезки CD и CE , равные 12 и 18 соответственно. Найдите катеты.
5. На острове живут 100 рыцарей и 100 лжецов, у каждого из них есть хотя бы один друг. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды утром каждый житель произнес либо фразу «Все мои друзья – рыцари», либо фразу «Все мои друзья – лжецы», причем каждую из фраз произнесло ровно 100 человек. Найдите наименьшее возможное число пар друзей, один из которых рыцарь, а другой – лжец.

задача	1	2	3	4	5
ответ		с белой вершиной больше	$(-1; 1)$	39 и 26	50