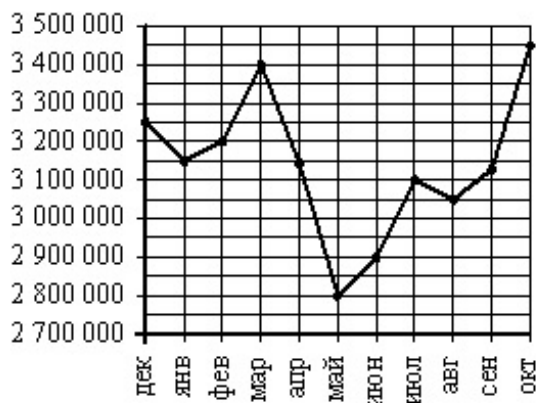


**Вариант №8.**

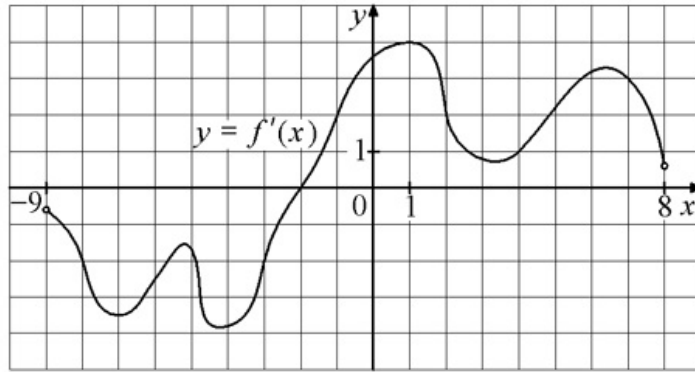
1. Среди 40000 жителей некоторого города 60% не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 80% смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?
2. На рисунке жирными точками показана месячная аудитория поискового сайта во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за данный месяц. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую месячную аудиторию сайта в указанный период.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки  $2 \times 2$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



4. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
5. Решите уравнение  $2^{x^2+10x} = 3^{x^2+10x}$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите меньший из корней.
6. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.
7. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-1; 6]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



8. Объем треугольной пирамиды  $SABC$ , являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

9. Найдите значение выражения  $\frac{\operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2(\alpha - 180^\circ)} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2(360^\circ - \alpha) - 1}{\operatorname{ctg}(180^\circ + \alpha)}$ .

10. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  – время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120$  град/с, фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

11. Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 8e^x + 1$  на отрезке  $[1; 2]$ .

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos x - 1} = \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ .

14. На продолжениях ребер  $A_1A$  и  $D_1C_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причем  $AA_1 = AK$ ,  $C_1D_1 = C_1L$ .

а) Докажите, что прямая  $KL$  проходит через середину ребра  $BC$ .

б) Найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $KL$ , если  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

15. Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{3 \cdot 9^x - 3^x \cdot 2^{x+1}} \leq 1.$$

16. Точка  $O$  – центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Точка  $M$  – середина стороны  $AC$ . Угол  $AOC$  равен  $135^\circ$ .

а) Докажите, что угол  $ABC$  прямой.

б) Прямые  $MO$  и  $BC$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите отношение  $BK : CK$ , если  $AB = 12$ ,  $BC = 5$ .

17. Пятнадцатого января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть одним платежом часть долга;
- на 15 число каждого месяца с 1 по 20 месяц долг должен уменьшаться на 50 тыс. рублей;
- за 21 месяц долг должен быть погашен полностью.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 2073 тыс. рублей.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a + 1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19. В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере 2 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом, причём в школе №2 средний балл равнялся 22.

Один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах. В результате средний балл в школе №1 уменьшился на 12,5%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 12,5%.

- а) Сколько учащихся могло писать тест в школе №2 изначально?
- б) Каждый учащийся школы №2, писавший тест, набрал больше баллов, чем перешедший в нее учащийся школы №1. Какое наибольшее количество баллов мог набрать учащийся школы №2?
- в) Какое наибольшее количество учащихся могло писать тест в школе №1 изначально?