

Задачи с параметром
Раздел №9: «Разные задачи»

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наибольшее значение функции

$$f(x) = |x - a| - x^2$$

не меньше 1.

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 + 4ax + a^2 - 2a + 2$$

на множестве $1 \leq |x| \leq 3$ не меньше 6.

3. Найдите все положительные значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2 \log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{a+1} - 2 \cos 3x + 1}{\sin^2 3x + a + 2\sqrt{a+1} + 2}$$

содержит отрезок $[2; 3]$.

5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^6 + (5a - 8x)^3 + 3x^2 + 15a = 24x$$

не имеет корней.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|\log_{0,5} x^2 - a| - |\log_{0,5} x + 2a| = \log_{0,5}^2 x$$

имеет хотя бы одно решение, меньшее 2.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число из отрезка $2 \leq x \leq 3$ является решением уравнения

$$|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5.$$

8. Найдите все неотрицательные значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4 \log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log_{1/3}^2(4a^2 - 4a + 9)}$$

состоит из одной точки, найдите это решение.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$f(x) = |a + 2|\sqrt[3]{x}$$

имеет 4 решения, где f – чётная периодическая функция с периодом $T = \frac{16}{3}$, определенная на всей числовой прямой, причем

$$f(x) = ax^2, \text{ если } 0 \leq x \leq \frac{8}{3}.$$

10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x+1)^2 + (y-3)^2 - 1)((x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2) \leq 0, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

11. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y-3)^2 - 1)((x-1)^2 + y^2) \leq 0, \\ y - 2 = ax \end{cases}$$

не имеет решений.

12. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$|x - 2a| + 3a + ||3x + a| - 4a| \leq 5x + 24$$

выполняется для всех значений $x \in [0; 6]$.

13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(ax^2 - 2x)^2 + (a^2 - a + 2)(ax^2 - 2x) - a^2(a - 2) = 0$$

имеет ровно два решения.

14. (ЕГЭ 2018, досрочная волна) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 10x) \cdot \ln\left(\frac{4x + 3y + a}{50}\right) = 0, \\ (x^2 + y^2 + 10x)(x^2 + y^2 - 16x) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

15. (ЕГЭ 2018, досрочная волна) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \cdot \ln(9 - x^2 - y^2) = 0, \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x + y - a + 5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Список использованных источников и литературы

1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Уравнения и неравенства с параметрами: количество решений (опубликовано на сайте <http://alexlarin.net>).
2. <http://alexlarin.net>.
3. <https://ege.sdamgia.ru>.