

Задачи с параметром

Раздел №4: «Линии второго порядка и геометрический смысл неравенств с двумя переменными»

1. (МИОО 2015) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1 + a), \\ (x + y)^2 = 14 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

3. (ЕГЭ 2011) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (|y| - 4)^2 = 4, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - 1)(x + 2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x - y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 31 \leq 8(|x| + |y|), \\ x^2 + y^2 - 2y = a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

6. (Репетиционный ЕГЭ 2012) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y - 2x)(2y - x) \leq 0, \\ \sqrt{(x + a)^2 + (y - a)^2} = \frac{|a + 1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4|y - 3| = 12 - 3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y - 3) - x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x + 2y + 1| \leq 11, \\ (x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 2 + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

9. (ЕГЭ 2015) Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|, \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

10. (ЕГЭ 2015) Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4|2x - y|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

11. (ЕГЭ 2015) Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

12. (ЕГЭ 2016, резервный день) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - 2y - 8) = |x|(2y - 8), \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

13. (ЕГЭ 2016, резервный день) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3)(y + 3x - 9) = |x - 3|^3, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

14. (ЕГЭ 2018, досрочная волна, резерв) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

15. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

16. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (4a - 6)x + 4ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

17. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a + 1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0, \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

18. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

20. (ЕГЭ 2018) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 8a - 12, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Список использованных источников и литературы

1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Уравнения и неравенства с параметрами: количество решений (опубликовано на сайте <http://alexlarin.net>).
2. <http://alexlarin.net>.
3. <https://ege.sdamgia.ru>.