

Задачи с параметром
Раздел №3: «Окружности и полуокружности»

1. (МГУ 2008) Найдите все такие значения параметра a , при которых существует единственное решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x + 4)^2 + (y + 3)^2 = a. \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a + 1)^2 + (y + 2a)^2 = a - 1, \\ 4x + 3y = a + 1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - |x| = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |y| = x^2 - 4, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

5. (МГУ 1994) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a + \sqrt{6x - x^2 - 8} = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$$

имеет ровно одно решение.

6. Сколько решений в зависимости от значений параметра a имеет уравнение

$$x - \sqrt{a - x^2} = 1?$$

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\cos \sqrt{a^2 - x^2} = 1$$

имеет ровно

a) девять различных решений;

b) десять различных решений.

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin \sqrt{a^2 - x^2} = 0$$

имеет ровно восемь различных решений.

9. (Демо 2016, ЕГЭ 2011) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

10. При каких значениях параметра a уравнение

$$\sin \sqrt{a^2 - x^2} = 0$$

имеет ровно шесть различных решений?

11. (ЕГЭ 2013) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$ax - \sqrt{-8 - 6x - x^2} = 2a + 1$$

имеет единственный корень.

12. (ЕГЭ 2013) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$8a + \sqrt{7 + 6x - x^2} = ax + 4$$

имеет единственный корень.

13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{7 + 6x - x^2} + 3, \\ y = a + \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Список использованных источников и литературы

1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Уравнения и неравенства с параметрами: количество решений (опубликовано на сайте <http://alexlarin.net>).
2. <http://alexlarin.net>.
3. <https://ege.sdangia.ru>.